AQM1
chp3: Theory of Angular Momentum

Yousef Pezeshkian

سوال ۱

$$\mathscr{D}^{(j)}_{m'm}(\alpha,\beta,\gamma) = \langle j, m'|\exp\left(\frac{-iJ_z\alpha}{\hbar}\right)\exp\left(\frac{-iJ_y\beta}{\hbar}\right)\exp\left(\frac{-iJ_z\gamma}{\hbar}\right)|j, m\rangle$$

$$= e^{-i(m'\alpha+m\gamma)}\langle j, m'|\exp\left(\frac{-iJ_y\beta}{\hbar}\right)|j, m\rangle. \qquad (3.5.50)$$

$$d^{(j)}_{m'm}(\beta) \equiv \langle j, m'|\exp\left(\frac{-iJ_y\beta}{\hbar}\right)|j, m\rangle. \qquad (3.5.51)$$

با توجه به رابطه ی (۳-۵-۵۱ و ۵۲) و بسط $\exp\left(\frac{-iJ_y\beta}{\hbar}\right)$

و محاسبه ی توان های بالاتر J_y، فرم ماتریسی عملگر دوران را برای j=1/2 و j=1 بیابید.

سوال ۲

$$d^{(j)}_{m'm}(\beta) = \sum_k (-1)^{k-m+m'} \frac{\sqrt{(j+m)!(j-m)!(j+m')!(j-m')!}}{(j+m-k)!k!(j-k-m')!(k-m+m')!}$$
$$\times \left(\cos\frac{\beta}{2}\right)^{2j-2k+m-m'} \left(\sin\frac{\beta}{2}\right)^{2k-m+m'}, \qquad (3.8.33)$$

با توجه به رابطه ی (۳-۸-۳۳) فرم ماتریسی عملگر دوران را برای j=1/2 و j=1 بیابید.

جواب سوال های ۱ و ۲

$$d^{(1/2)} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) & -\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) & \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \end{pmatrix}. \qquad (3.5.52)$$

$$d^{(1)}(\beta) = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2}\right)(1+\cos\beta) & -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sin\beta & \left(\frac{1}{2}\right)(1-\cos\beta) \\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sin\beta & \cos\beta & -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sin\beta \\ \left(\frac{1}{2}\right)(1-\cos\beta) & \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sin\beta & \left(\frac{1}{2}\right)(1+\cos\beta) \end{pmatrix}. \qquad (3.5.57)$$

سوال ۳

ماتریس ۳×۳ ضرایب کلبش گوردن جمع دو تکانه زاویه ای $j_1=l$ و $j_2=1$ را به دست آورید (مشابه رابطه ی 3.7.63).

سوال ۴

مساله ۱۸ فصل ۳